מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(3)	(4)	(4)	(1)	(3)	(3)	(3)	(4)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(1)	(3)	(3)	(4)	(2)	(4)	(1)	(4)	(3)	(2)

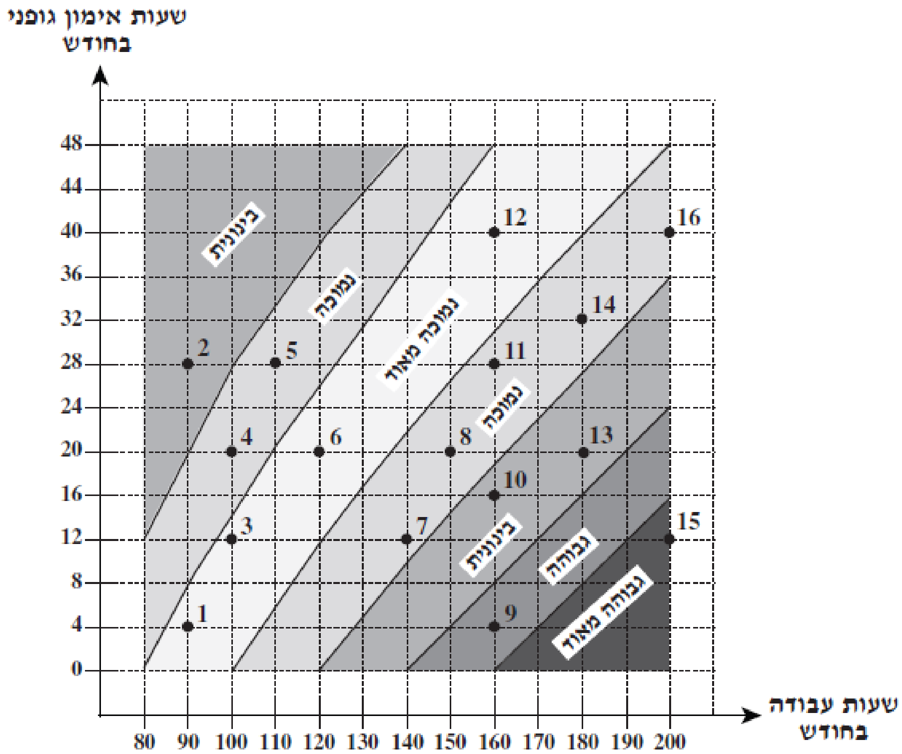
הסברים

הסקה מטבלה (שאלות 4-1)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

בתרשים מוצגים נתונים שהתקבלו במחקר על הקשר בין השעות שאדם משקיע בעבודה ובאימון גופני ובין הלחץ הנפשי שלו.
התרשים מחולק למשטחים הצבועים בגוונים שונים. גוון המשטח מסמל את רמת הלחץ הנפשי - נמוכה מאוד, נמוכה, בינונית, גבוהה, גבוהה מאוד.
הנקודות המודגשות בתרשים מייצגות את נתוניהם של 16 המשתתפים במחקר, הממוספרים מ-1 עד 16.

לדוגמה, משתתף מספר 10 עובד 160 שעות בחודש ומשקיע 16 שעות בחודש באימון גופני. הלחץ הנפשי שלו הוא ברמה בינונית.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

1. **השאלה**: המשתתפים במחקר חולקו לקבוצות לפי רמת הלחץ הנפשי שלהם.
בקבוצה שבה המספר הגדול ביותר של משתתפים, הלחץ הנפשי הוא ברמה ______.

פיתרון: לפי ההקדמה לתרשים, הנקודות המודגשות בתרשים מייצגות 16 משתתפים. לכן, יש לבצע ספירה בתרשים של כמות המשתתפים בכל קבוצה המופיעה בתשובות: נמוכה מאוד; נמוכה; בינונית; גבוהה. יש לשים לב כי חלק מהקבוצות מתפרשות על מספר טווחים ועל כן יש להתייחס לכך בספירה.

<u>תשובה (1)</u>: נמוכה מאוד. בקבוצה זו יש 4 משתתפים.

<u>תשובה (2)</u>: נמוכה. בקבוצה זו יש 7 משתתפים.

תשובה (3): בינונית. בקבוצה זו יש 3 משתתפים.

<u>תשובה (4)</u>: גבוהה. בקבוצה זו יש משתתף אחד.

הקבוצה בעלת מספר המשתתפים הגבוה ביותר היא הקבוצה עם רמת הלחץ ה"נמוכה".

תשובה (2).

הערה: מכיוון שידוע כי יש 16 משתתפים במחקר, הרי שכבר לאחר בדיקת תשובות (1), ו-(2), ניתן להגיע למסקנה כי תשובה (2) היא בהכרח התשובה הגדולה ביותר, שכן בשלב זה מצאנו לאיזו קבוצות משתייכים 11 מהנבדקים, ולא יתכן כי ישנה קבוצה נוספת אשר מספר המשתתפים בה גדול מ-7 (מספר המשתתפים אשר מצאנו כי רמת הלחץ הנפשי שלהם היא נמוכה).

---

2. **השאלה**: חלק מהמשתתפים במחקר יכולים להפחית את הלחץ הנפשי שלהם אם יצמצמו את מספר שעות העבודה שלהם (בלי לשנות את מספר שעות האימון שלהם).

לפי הנתונים בתרשים, איזה מהמשתתפים הבאים יצטרך לצמצם את המספר ה**גדול** ביותר של שעות עבודה בחודש כדי להפחית את הלחץ הנפשי שלו **מרמה בינונית לרמה נמוכה**?

פיתרון: יש למצוא את המשתתף מבין התשובות, שיצטרך להפחית את מספר שעות העבודה הגדול ביותר, מבלי לשנות את מספר שעות האימון - כלומר, תזוזות <u>שמאלה</u> <u>בציר ה-x בלבד</u> - כך שיעבור מרמה בינונית לרמה נמוכה של לחץ נפשי.

יש לבדוק את כמות השעות שעל כל אחד מהמשתתפים המוצעים צריך לצמצם על מנת להגיע מרמה בינונית לרמה נמוכה:

<u>תשובה (1)</u>: משתתף 10. משתתף זה יצטרך להפחית את מספר שעות העבודה בפחות מ10 שעות כדי לעבור מרמת לחץ "בינונית" לרמת לחץ "נמוכה".

<u>תשובה (2)</u>: משתתף 2. מכיוון שמשתתף זה לא יכול על ידי הפחתת מספר שעות העבודה לעבור לרמת לחץ "נמוכה" אלא רק על ידי הגדלת מספר שעות העבודה, תשובה זו אינה רלוונטית.

<u>תשובה (3)</u>: משתתף 13. משתתף זה יצטרך להפחית את מספר שעות העבודה בכמעט 20 שעות.

<u>תשובה (4)</u>: משתתף 12. על פי נתוני התרשים, משתתף זה אינו נמצא ברמת לחץ "בינונית" כי אם ברמת לחץ "נמוכה מאוד", ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (3).

---

3. **השאלה**: כמה ממשתתפי המחקר שרמת הלחץ הנפשי שלהם **נמוכה** או **נמוכה מאוד**, עובדים בחודש יותר שעות ממשתתף 8?

פיתרון: ראשית, יש למצוא את משתתף 8 על גבי התרשים. משתתף 8 עובד 150 שעות עבודה חודשיות.

יש למנות את המשתתפים אשר רמת הלחץ הנפשי שלהם היא **נמוכה** או **נמוכה מאוד**, אשר מספר שעות העבודה החודשיות שלהם גדולות מ-150, כלומר הנמצאים ימינה ממשתתף 8 על גבי ציר ה-x.
בקטגורית "נמוכה" ישנם 3 משתתפים העונים לתנאים: המשתתפים שמספרם 11, 14 ו-16.
בקטגוריית הלחץ "נמוכה מאוד" יש משתתף אחד העונה לתנאים: משתתף 12.
לכן, בסך הכול ישנם 4 משתתפים העונים לתנאים.

תשובה (4).

---

4. **השאלה**: מה ההפרש הגדול ביותר בין מספר שעות העבודה של משתתף כלשהו למספר שעות האימון הגופני שלו?

פיתרון: כדי למצוא את ההפרש המקסימאלי בין מספר שעות העבודה לבין מספר שעות האימון הגופני של משתתף כלשהו, יש לחפש משתתף שעובד את מספר השעות המקסימלי ומתאמן מספר שעות מינימלי. כלומר, משתתף הנמצא 'כמה שיותר ימינה' על ציר ה-x ו'כמה שיותר נמוך' מבחינת ציר ה-y.

משתתף 15 עובד 200 שעות בחודש ומתאמן כ-12 שעות. ההפרש בין מספר שעות העבודה שלו למספר שעות האימון שלו הוא 188 $(200-12=)$. במבט על התשובות נמצא כי זו התשובה בעלת הערך הגבוה ביותר, לכן ניתן לסמן תשובה זו, שכן לא ייתכן מצב בו הפרש השעות של משתתף אחר עולה על זה של משתתף 15.

תשובה (4).

שאלות ובעיות (שאלות 5-20)

5. **השאלה**: A ו-B הן אותיות המייצגות ספרות שונות מתוך הספרות 1 עד 9

נתון: $AB-BA=9$

$A-B=?$

פיתרון: <u>דרך א':</u> הצבת דוגמה מספרית.
נציב מספרים נוחים המקיימים את התרגיל, למשל: $21-12=9$. לפי הצבה זו $A=2$ ו-$B=1$, ומכאן שההפרש בין A ל-B הוא 1.

<u>דרך ב':</u> אלגברה
ניתן להמיר כל תרגיל חיסור לתרגיל חיבור, על מנת להפוך את הפיתרון לקל יותר:

$$\begin{array}{r} BA \\ +\ \ 9 \\ \hline AB \end{array}$$

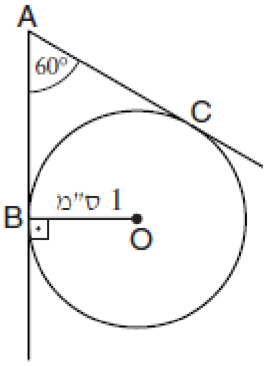
נסתכל על טור האחדות. מכיוון ש-A היא אות המייצגת ספרה בין 1 ל-9, הרי שמחיבור של A ו-9 נקבל בהכרח מספר דו ספרתי הגדול מ-10 (B אף היא שונה מ-0).
מכאן שיש להוסיף בהכרח עשרת אחת לתרגיל החיבור בטור העשרות, כלומר תרגיל החיבור שעלינו לבצע בטור העשרות הוא: $B+1=A$. לאחר שנעביר אגפים נקבל $A-B=1$.

תשובה (1).

---

6. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O ורדיוסו 1 ס״מ. AB ו-AC הם ישרים המשיקים למעגל בנקודות B ו-C, בהתאמה.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
$AB = ?$



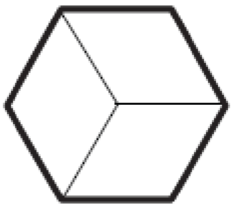
פיתרון: רדיוס למשיק יוצר זווית של 90° עם המשיק. מכיוון שנתון כי AB ו-AC הם משיקים, נחבר את הרדיוס בין הנקודה O, מרכז המעגל, לנקודה C, ונסמן 90°.
ישנן מספר דרכים למציאת אורך קו. אחת מהן היא בניית משולש ישר זווית שהקו המבוקש מהווה את אחת מצלעותיו.
נתבקשנו למצוא את אורך הקטע AB, ולכן נחבר את מרכז המעגל, הנקודה O לנקודה A, ונקבל שני משולשים ישרי זווית: משולש ABO $(\angle ABO = 90°)$ ומשולש ACO.
מכיוון ששני משיקים היוצאים מאותה נקודת השקה שווים זה לזה באורכם, הרי ש: $AC = AB$.
קיבלנו שני משולשים חופפים: משולש ABO ומשולש ACO.
מכיוון שבמשולשים חופפים מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות, הרי ש: $\angle OAB = \angle OAC = 30°$.
משולש ABO הוא משולש ישר זווית אשר אחת מזוויותיו שווה ל-30°, כלומר משולש ABO הוא משולש זהב.
בכל משולש זהב יש יחס קבוע בין הצלעות: אורך הניצב הגדול, הצלע AB, גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הניצב הקטן, הצלע OB. לפי נתוני הסרטוט אורכה של הצלע OB הוא 1 ס״מ, ולפיכך אורך הקטע המבוקש שווה ל- $\sqrt{3}$ ס״מ.

תשובה (3).

---

7. **השאלה**: המשושה המשוכלל שבסרטוט חולק ל-3 מעוינים חופפים.
נתון: היקף כל אחד מן המעוינים הוא 18 ס״מ.

מה היקפו של המשושה (אורך הקו המודגש)?



פיתרון: כדי לחשב את היקף המשושה המשוכלל, יש למצוא מהו אורכה של צלע המשושה, ולכפול במספר צלעותיו (6).

היקף כל מעוין הוא 18 ס״מ. מכיוון שבמעוין כל הצלעות שוות באורכן, הרי שאורך כל צלע במעוין שווה ל-4.5 ס״מ $\left(\frac{18}{4} =\right)$.

צלע המעוין היא גם צלע המשושה, ולכן, היקף המשושה שווה ל-27 ס״מ $\left(6 \cdot 4\frac{1}{2} = {}^{3}\cancel{6} \cdot \frac{9}{\cancel{2}_{1}} =\right)$.

תשובה (3).

---

8. **השאלה**: a ו-b הם מספרים שלמים.
נתון: $a + 2b = 3a + 2$

a ו-b הם בהכרח -

פיתרון: ראשית, יש לפשט את המשוואה. נחסר a משני האגפים, ונקבל: $2b = 2a + 2$.
נחלק את המשוואה ב-2, ונקבל: $b = a + 1$.
מצאנו כי המספר b גדול מהמספר a ב-1. מכיוון שנתון כי a ו-b הם מספרים שלמים, הרי שבהכרח מדובר בשני מספרים עוקבים.

תשובה (3).

---

9. **השאלה**: נתון: $L = \frac{2}{5} - M$

עבור איזה ערך של M, מתוך הערכים הבאים, יהיה הערך של L **הקטן** ביותר?

פיתרון: הערך של L מורכב משבר שממנו מחסרים שבר נוסף. ככל שהשבר הנוסף יהיה גדול יותר, כך יקטן ערכו של L. לכן, למעשה יש למצוא למי מבין השברים המוצעים יש את הערך **הגדול** ביותר.

ראשית יש לצמצם את השברים האפשריים בתשובות, תשובה (2) היא היחידה המצטמצמת ל- $\frac{1}{3}$.

<u>דרך א':</u> מכנה/מונה משותף

<u>בדיקת תשובות (1) ו-(2)</u>: $\frac{3}{10}$ מול $\frac{1}{3}$.

ניתן להרחיב את שני השברים למכנה משותף: $\frac{9}{30}$ מול $\frac{10}{30}$.

כאשר לשני שברים מכנים שווים, השבר בעל המונה הגדול יותר - ערכו גדול יותר. תשובה (2) בעלת ערך גבוה יותר, לכן ניתן לפסול את תשובה (1).

<u>בדיקת תשובות (2) ו-(3)</u>: $\frac{1}{3}$ מול $\frac{8}{25}$.

בהשוואה זו, נוח יותר לבצע השוואת מונים על ידי הרחבה של תשובה (2) פי 8: $\frac{8}{24}$ מול $\frac{8}{25}$.

כאשר לשני שברים מונים שווים, השבר בעל המכנה הקטן יותר - ערכו גדול יותר, ומכאן שהביטוי בתשובה (2) הוא בעל ערך גבוה יותר, ולכן תשובה (3) נפסלת.

<u>בדיקת תשובות (2) ו-(4)</u>: $\frac{1}{3}$ מול $\frac{11}{30}$.

ניתן להרחיב את שני השברים למכנה משותף: $\frac{10}{30}$ מול $\frac{11}{30}$.

תשובה (4) היא בעלת ערך גבוה יותר, ולכן תשובה (2) נפסלת.

<u>דרך ב':</u> הערכת סדר גודל

הביטוי בתשובה (2) השווה ל- $\frac{1}{3}$, יהווה את אמת המידה לשאר התשובות.

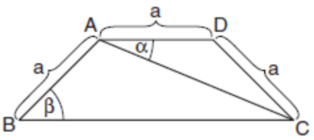
ערכה של תשובה (1) קטן משליש, מכיוון שעל מנת שערכה יהיה שווה לשליש על המכנה להיות שווה ל-9.

ערכה של תשובה (3) קטן משליש, מכיוון שעל מנת שערכה יהיה שווה לשליש על המכנה להיות שווה ל-24.

ערכה של תשובה (4) גדול משליש, מכיוון שעל מנת שערכה יהיה שווה לשליש על המונה להיות שווה ל-10 .

תשובה (4).

.10 **השאלה** : בסרטוט שלפניכם ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים $(AB=DC)$.



לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,

$\beta=?$

פיתרון: מכיוון שבסיסי הטרפז מקבילים זה לזה, זווית DAC וזווית ACB הן זוויות מתחלפות, ולכן $\angle ACB=\alpha$.

נתבונן במשולש ADC :

לפי נתוני הסרטוט, משולש ADC הוא משולש שווה שוקיים $(AD=DC=a)$.

מול צלעות שוות במשולש מונחות זוויות שוות, ולכן $\angle DAC=\angle DCA=\alpha$.

מצאנו כי זווית DCB שווה ל-2α.

הטרפז ABCD הוא טרפז שווה שוקיים לפי נתוני השאלה, מכיוון שבטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות, הרי שזווית DCB שווה לזווית ABC, כלומר ל-β.

מצאנו כי זווית DCB שווה ל-2α ול-β, ומכאן ש : $\beta=2\alpha$.

תשובה (2).

.11 **השאלה** : אלה, גד וציון הם בני גילים שונים.

ממוצע הגילים של שלושתם שווה לגילו של גד.

$$\frac{\text{ההפרש בין הגיל של ציון לגיל של גד}}{\text{ההפרש בין הגיל של גד לגיל של אלה}}=?$$

פיתרון :

נתון כי ממוצע הגילים של אלה, גד וציון שווה לגילו של גד. כשמדובר בגילים שונים, הממוצע בהכרח יהיה בין האיבר הקטן ביותר לבין האיבר הגדול ביותר. מכאן ניתן להסיק כי גילו של גד נמצא בהכרח בין גילה של אלה לבין גילו של ציון (אין זה משנה האם אלה היא המבוגרת ביותר או ציון).

ממוצע הוא המספר שמרחקם של האיברים מצידו האחד של ציר המספרים שווה למרחקם של האיברים מצידו השני של ציר המספרים. כלומר, במקרה שלנו, מכיוון שמדובר בשלושה איברים אשר אחד מהם הוא הממוצע (האמצעי, כמובן), ההפרש של הממוצע (גילו של גד) מהאיבר הגדול שווה להפרש שלו מהאיבר הקטן. **לדוגמה** - אם גילו של גד הוא 15, וגילו של ציון הוא 20, גילה של אלה יהיה בהכרח 10 :

לכן, ההפרש בין הגיל של ציון לגיל של גד **שווה** להפרש בין הגיל של גד לגיל של אלה.

מכיוון שההפרשים שווים, ערכו של הביטוי המבוקש שווה ל-1.

תשובה (1).

שימו לב: א) הפרש = המרחק בערך מוחלט.

ב) ניתן לפתור את השאלה באמצעות הצבת דוגמה מספרית שמקיימת את נתוני השאלה.

---

12. **השאלה**: מתוך 200 תלמידי בית הספר "אחוזה", 172 אוהבים שוקולד ו-164 בעלי שיער חום.
מה **לכל היותר** אחוז תלמידי בית הספר שאינם אוהבים שוקולד וגם אינם בעלי שיער חום?

פיתרון: בעיה זו היא בעיית טווחים, שכן מופיע בשאלה צמד המילים "לכל היותר".
מתוך 200 תלמידי בית הספר, נתון כי 172 **אוהבים** שוקולד ו-164 **בעלי** שיער חום, מכיוון שנתבקשנו למצוא את אחוז התלמידים ש**אינם אוהבים** שוקולד **ואינם** בעלי שיער חום, נמצא מה מספרם של תלמידים אלו.
מתוך 200 תלמידי בית הספר, נתון כי 172 **אוהבים** שוקולד, ולכן מספר התלמידים ש**אינם אוהבים** שוקולד הוא 28 $(=200-172)$.

מתוך 200 תלמידי בית הספר, נתון כי 164 **בעלי** שיער חום, ולכן מספר התלמידים ש**אינם בעלי** שיער חום הוא 36 $(=200-164)$.

מספר התלמידים ה<u>מקסימלי</u> ש**אינם אוהבים** שוקולד, <u>וגם</u> **אינם בעלי** שיער חום שווה לגודל הקבוצה הקטנה, כלומר קבוצת התלמידים שאינם אוהבים שוקולד - 28.
כעת, מכיוון שנתבקשנו למצוא את אחוז תלמידי בית הספר המקסימלי שאינם אוהבים שוקולד ואינם בעלי שיער חום, עלינו למצוא לכמה אחוזים שווים 28 תלמידים מתוך 200.
200 התלמידים מהווים 100%.
המספר 28 מהווה 28% מתוך 100, ולכן, מתוך שלם הגדול פי 2, 28 התלמידים מהווים חלק הקטן פי 2, כלומר שווים ל-14% $\left(=\dfrac{28}{2}\right)$.

תשובה (3).

---

13. **השאלה**: מחירו של עט גבוה ב-4 שקלים ממחירו של עיפרון. מחירו של עט הוא מספר שלם של שקלים.

איזה מהמספרים הבאים יכול להיות מחירם של שני עטים ועיפרון (בשקלים)?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית
מכיוון שהמספרים שבתשובות המוצעות קטנים, מומלץ לחפש מספרים שלמים המקיימים את נתוני השאלה. נציב למשל שמחירו של עיפרון הוא 2 שקלים. מכיוון שמחירו של עט גבוה ב-4 שקלים ממחירו של עיפרון, הרי שמחירו של עט במקרה כזה הוא 6 שקלים.
במצב זה מחירם של שני עטים ועיפרון הוא 14 שקלים $(=2+6+6)$.

נמשיך להציב מספרים עד שנגיע לכך שכאשר מחירו של עיפרון הוא 5 שקלים, מחירו של עט הוא 9 שקלים מחירם של שני עטים ועיפרון הוא 23 שקלים $(=9+9+5)$. תשובה (3).

<u>דרך ב'</u>: אלגברה
לפנינו 4 תשובות מספריות, שרק אחת מהן אפשרית כמחירם של שני עטים ועיפרון. נתון כי מחירו של עט הוא מספר שלם של שקלים, ושהוא גבוה ב-4 שקלים ממחירו של עיפרון. ניתן להסיק מכך כי גם מחירו של עיפרון הוא מספר שלם של שקלים, שכן אם הוספנו למספר כלשהו מספר שלם (4), אזי המספר המקורי בהכרח שלם גם כן.

נסמן את מחירו של עיפרון כ-I, ואת מחירו של עט כ-E. כעת, נמיר את הנתונים למשוואה: $E=I+4$.

נתבקשנו למצוא מספר שייתכן כמחירם של שני עטים ועיפרון, כלומר מה ערכו של הביטוי: $2E+I$.
נציב במקום E את הביטוי שיצרנו, ונקבל כי ניתן לייצג את הביטוי גם כ:
$2E+I=2(I+4)+I=2I+8+I=3I+8$.

נתון כי ערכו של I הוא מספר שלם, ומכאן שמצאנו כי מחיר שני עטים ועיפרון הוא מספר שלם שמהווה כפולה של 3 ועוד 8. עלינו לבדוק לגבי התשובות המוצעות מי מהן כאשר מפחיתים ממנה 8 היא כפולה שלמה של 3. התשובה היחידה שעונה על תנאי זה היא תשובה (3).

תשובה (3).

---

14. **השאלה**: נתון $a < b < c < 0$

איזה מהביטויים הבאים הוא **חיובי**?

פיתרון: __**דרך א'**__: בדיקת תשובות:

__תשובה (1)__: $\frac{a \cdot c}{b}$.

מונה הביטוי המוצע הוא כפל של שני מספרים שליליים, כלומר מספר חיובי.
המכנה הוא מספר שלילי. מכיוון שכאשר מחלקים מספר חיובי במספר שלילי התוצאה המתקבלת שלילית, תשובה זו אינה נכונה.

__תשובה (2)__: $\frac{a+b}{-c}$.

מונה הביטוי המוצע הוא סכום של שני מספרים שליליים, כלומר מספר שלילי.
c הוא מספר שלילי, ומכאן ש-$(-c)$ הוא מספר חיובי.

מכיוון שחלוקת מספר שלילי במספר חיובי, התוצאה המתקבלת היא מספר שלילי, הרי שתשובה זו אינה נכונה.

__תשובה (3)__: $(-a) \cdot (-b) \cdot c$.

a ו-b הם מספרים שליליים, ומכאן שהביטויים -$(-a)$ ו-$(-b)$ הם מספרים חיוביים, אשר תוצאת המכפלה שלהם היא מספר חיובי. כאשר נכפול את הביטוי החיובי $(-a) \cdot (-b)$ במספר השלילי c, התוצאה שתתקבל תהיה שלילית, ולכן תשובה זו נפסלת.

__תשובה (4)__: $a \cdot (b+c)$.

הביטוי $(b+c)$ הוא סכום של שני מספרים שליליים, כלומר מספר שלילי.

מכיוון שכתוצאה ממכפלת הביטוי השלילי שבסוגריים במספר השלילי a, נקבל בהכרח תוצאה חיובית, הרי שזו התשובה הנכונה.

__**דרך ב':**__ הצבת דוגמה מספרית:

נציב $a = -3, b = -2, c = -1$ ונעבור על התשובות במטרה לפסול 3 תשובות אשר תוצאתם אינה חיובית.

__תשובה (1)__: $\frac{a \cdot c}{b}$. תוצאת הביטוי היא $-\frac{3}{2}$ $\left(= \frac{3}{(-2)} = \frac{(-3) \cdot (-1)}{(-2)}\right)$. מכיוון שקיבלנו תוצאה שלילית, תשובה (1) נפסלת.

__תשובה (2)__: $\frac{a+b}{-c}$. תוצאת הביטוי היא (-5) $\left(= \frac{-5}{1} = \frac{(-3)+(-2)}{-(-1)}\right)$.

מכיוון שקיבלנו תוצאה שלילית, תשובה (2) נפסלת.

__תשובה (3)__: $(-a) \cdot (-b) \cdot c$. תוצאת הביטוי היא (-6) $\left(= 6 \cdot (-1) = 3 \cdot 2 \cdot (-1) = (-(-3)) \cdot (-(-2)) \cdot (-1)\right)$.

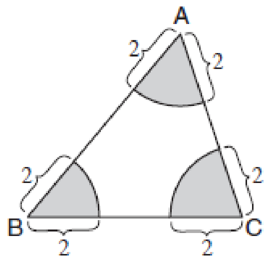
מכיוון שקיבלנו תוצאה שלילית, תשובה (3) נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 מהתשובות הרי שניתן בשלב זה לסמן את תשובה (4). לשם השלמת ההסבר נבדוק תשובה זו:

__תשובה (4)__: $a \cdot (b+c)$. תוצאת הביטוי היא 9 $\left[= (-3) \cdot (-3) = (-3) \cdot ((-2) + (-1))\right]$. מכיוון שקיבלנו תוצאה חיובית, ולאחר שפסלנו 3 תשובות, זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

.15 **השאלה**: ABC הוא משולש שבו אורכה של כל אחת מצלעותיו (AB, AC ו-BC) גדול מ-4 ס״מ.
בסרטוט מסומנות גזרות מעגלים שרדיוסם 2 ס״מ. הנקודות A, B ו-C הן קודקודי הגזרות.



מה סכום השטחים הכהים (בסמ״ר)?

פיתרון: **<u>דרך א׳</u>**: הצבת דוגמה מספרית
מכיוון שלא ידוע מה גודל הזוויות המרכזיות היוצרות את הגזרות הכהות שאת סכום שטחיהן נתבקשנו לחשב, ואין תשובה לפיה ״לא ניתן לדעת מן הנתונים״, ניתן להסיק כי ניתן להציב במקום הזוויות שבמשולש כל ערך שנבחר, ובלבד שסכומן הכולל של הזוויות, אשר מהוות גם זוויות פנימיות במשולש ABC, יהיה שווה ל-$180°$.
נציב כי גודלה של כל אחת מהזוויות הפנימיות הוא $60°$.
שטח גזרה של מעגל אשר אורך רדיוסו הוא 2 ס״מ ואשר הזווית המרכזית היוצרת אותה היא בת $60°$ הוא: $\frac{2\pi}{3}$ סמ״ר $\left(\frac{60°}{360°}\cdot\pi 2^2=\frac{1}{6}\cdot 4\cdot\pi=\right)$.
מכאן שסכום שטחי 3 הגזרות שווה ל-2π סמ״ר $\left(3\cdot\frac{2\pi}{3}=\right)$

<u>דרך ב׳</u>:

בשאלה זו עלינו לחשב את סכום השטחים של שלוש גזרות בעלות אותו רדיוס. על מנת לחשב שטח גזרה, עלינו לדעת מהו גודל הזווית המרכזית שלה. על אף שלא ידוע מה גודלה של הזווית המרכזית של כל אחת מן הגזרות, מכיוון שרדיוס כל הגזרות שווה, הרי שניתן להתייחס לשלושת הגזרות כאל גזרות של אותו מעגל, לחבר את סכום הזוויות המרכזיות של שלוש הגזרות ולחשב את שטח שלושתן כמקשה אחת.

מכיוון שסכום זוויות פנימיות בכל משולש הוא $180°$, הרי שסכום הזוויות המרכזיות של 3 הגזרות שווה בהכרח גם כן ל-$180°$.

שטח גזרה של מעגל אשר אורך רדיוסו הוא 2 ס״מ, והזווית המרכזית שלה היא בת $180°$ הוא: 2π סמ״ר $\left(\frac{180°}{360°}\cdot\pi R^2=\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot 2^2=\frac{4\pi}{2}=\right)$

תשובה (2).

.16 **השאלה**: נתון: $0 < A < B$

$$\frac{A-B}{\sqrt{A+B}} \cdot \frac{A+B}{\sqrt{B-A}} = ?$$

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שעל פי הנתון A ו-B הם מספרים חיוביים ו-B גדול מ-A, נציב $A = 2$ ו- $B = 3$, ונקבל:

$$\frac{A-B}{\sqrt{A+B}} \cdot \frac{A+B}{\sqrt{B-A}} = \frac{2-3}{\sqrt{2+3}} \cdot \frac{2+3}{\sqrt{3-2}} = \frac{-1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{5}{\sqrt{1}} = \frac{-5}{\sqrt{5 \cdot 1}} = \frac{-5}{\sqrt{5}} = -\sqrt{5}$$

כעת, נציב את המספרים בתשובות על מנת לפסול 3 תשובות:

<u>תשובה (1)</u>: $B^2 - A^2$. נציב $A = 2$ ו- $B = 3$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא 5 $\left(B^2 - A^2 = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 =\right)$.

מכיוון שהערך שקיבלנו אינו שווה לערך הביטוי הרי שתשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $\sqrt{B-A}$. נציב $A = 2$ ו- $B = 3$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא 1 $\left(\sqrt{B-A} = \sqrt{3-2} = \sqrt{1} =\right)$.

מכיוון שהערך שקיבלנו אינו שווה לערך הביטוי הרי שתשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $A - B$. נציב $A = 2$ ו- $B = 3$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא 1- $\left(A - B = 2 - 3 =\right)$.

מכיוון שהערך שקיבלנו אינו שווה לערך הביטוי הרי שתשובה זו נפסלת.

מכיוון שבשלב זה פסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לסמן את תשובה (4) כתשובה הנכונה.

לשם השלמת ההסבר נבדוק את התשובה הרביעית.

<u>תשובה (4)</u>: $-\sqrt{B^2 - A^2}$. נציב $A = 2$ ו- $B = 3$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא $-\sqrt{5}$

$\left(-\sqrt{B^2 - A^2} = -\sqrt{3^2 - 2^2} = -\sqrt{9-4} =\right)$. זו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: אלגברה

$$\frac{A-B}{\sqrt{A+B}} \cdot \frac{A+B}{\sqrt{B-A}} = \frac{(A-B)(A+B)}{\sqrt{(A+B)(B-A)}} = \frac{A^2 - B^2}{\sqrt{(B+A)(B-A)}} = \frac{-(B^2 - A^2)}{\sqrt{B^2 - A^2}} =$$

את הביטוי $B^2 - A^2$ ניתן לפשט באמצעות חוקי חזקות ל: $\sqrt{B^2 - A^2} \cdot \sqrt{B^2 - A^2}$, ולפיכך:

$$\frac{-\sqrt{B^2 - A^2} \cdot \sqrt{B^2 - A^2}}{\sqrt{B^2 - A^2}} = -\sqrt{B^2 - A^2}$$

תשובה (4).

17. **השאלה**: אסף וחנן יצאו מחיפה בדרכם לאילת באותה שעה ובאותה דרך.
חנן נסע במהירות של 80 קמ״ש.
אסף נסע במהירות של 100 קמ״ש, לאחר 150 ק״מ עצר למנוחה של שעה, ואחר כך המשיך לנסוע באותה מהירות.

כעבור כמה שעות מאז יצאו לדרך, השיג חנן את אסף?

פיתרון: <u>**דרך א׳**</u>:
נתון כי אסף עצר לאחר 150 ק״מ, ושאסף נסע במהירות של 100 קמ״ש, ומכאן שאסף עצר לאחר שעה וחצי של נסיעה $\left(\frac{150}{100}=\right)$.

חנן נסע במהירות של 80 קמ״ש, ולפיכך לאחר שעה וחצי הוא עבר דרך של 120 ק״מ $\left(80\cdot 1\frac{1}{2}=\right)$.

על מנת להשיג את אסף על חנן לעבור דרך של 30 ק״מ. אם מהירותו של חנן היא 80 קמ״ש, הרי שהוא יעבור את הדרך ב- $\frac{3}{8}$ שעה.

סך הכול הזמן הכולל שעבר מאז יציאתו של חנן לדרך ועד שהשיג את אסף הוא $1\frac{7}{8}$ שעה $\left(1\frac{1}{2}+\frac{3}{8}=\right)$.

<u>**דרך ב׳**</u>:
מכיוון שמהירותו של אסף גדולה ממהירותו של חנן, הרי שאם חנן השיג את אסף ניתן להסיק כי מצב זה ארע כאשר אסף עצר.
נתון כי אסף עצר לאחר שעבר 150 ק״מ, ומכאן שעלינו למצוא בכמה זמן עובר חנן מרחק של 150 ק״מ.
מכיוון שמהירותו של חנן היא 80 קמ״ש, הרי שחנן עובר 150 ק״מ ב- $1\frac{7}{8}$ שעה $\left(\frac{150}{80}=\right)$.

תשובה (1).

הערה: על מנת למצוא את התשובה הנכונה, מספיק למצוא כי חנן עובר מרחק של 150 ק״מ בפחות משעתיים.

---

18. **השאלה**: a הוא מספר שלם וחיובי. שארית החלוקה של a ב-4 היא 2.

מה שארית החלוקה של $(a+3)$ ב-3?

פיתרון: <u>**דרך א׳**</u>: הצבת דוגמה מספרית
נתון כי שארית החלוקה של המספר השלם a ב-4 היא 2. נציב כי $a=6$.
אם a שווה ל-6, הרי ש-$(a+3)$ שווה ל-9. כאשר נחלק את 9 ב-3 נקבל כי שארית החלוקה שווה ל-0, ומכאן שניתן לפסול את תשובות (1) ו-(2).
על מנת להכריע בין תשובה (3) לתשובה (4) עלינו להציב פעם נוספת.
נציב מספר חיובי נוסף אשר שארית החלוקה שלו ב-4 היא 2, למשל $a=10$.
אם a שווה ל-10, הרי ש-$(a+3)$ שווה ל-13. כאשר נחלק את 13 ב-3 נקבל כי שארית החלוקה שווה ל-1, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (3), התשובה הנכונה היא תשובה (4).

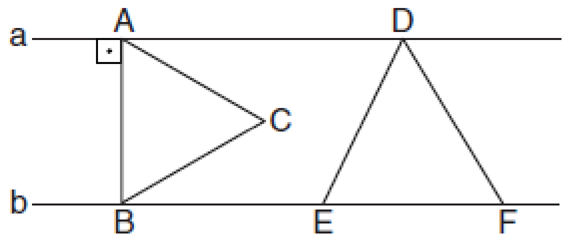
דרך ב': אלגברה
נתון כי a הוא מספר שלם המתחלק ב-4 עם שארית 2, ומכאן שאם x הוא מספר שלם,
הרי ש-a שווה ל- $4x+2$.
אם $a=4x+2$, הרי ש-$(a+3)$ שווה ל- $4x+5$.
על מנת למצוא מה שארית החלוקה של הביטוי כאשר מחלקים אותו ב-3, עלינו למצוא למה שווה
הביטוי $\frac{4x+5}{3}$. את הביטוי $\frac{4x+5}{3}$ ניתן לפשט על ידי פירוק המונה ל- $\frac{5}{3}+\frac{4x}{3}$.
השארית המתקבלת מחלוקת המספר 5 ב-3 היא 2, אולם מכיוון שאיננו יודעים מה ערכו של x איננו יכולים לדעת מה השארית המתקבלת כתוצאה מחלוקת המספר 4x ב-3, ולכן לא ניתן לקבוע בוודאות מה השארית המתקבלת מחלוקת הביטוי $(a+3)$ ב-3.

תשובה (4).

---

19. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם $a \parallel b$.
ABC ו-DEF הם משולשים שווי-צלעות.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה היחס בין שטחי המשולשים?



פיתרון: קיימות מספר דרכים למציאת יחס בין שטחי משולשים. אחת מהן היא לפי יחס קווי בין צורות דומות. ריבוע היחס הקווי בין שתי צורות דומות שווה ליחס השטחים ביניהן.
מכיוון שעל פי נתוני השאלה שני המשולשים הם שווי-צלעות, הרי שהן בהכרח שתי צורות דומות.
נחפש דרך להציג את היחס הקווי בין שני המשולשים.
נסמן את צלע AB במשולש ABC ב-x. במשולש DEF, נעביר גובה מנקודה D לצלע EF ונסמן את נקודת המפגש עם הצלע ב-O. מכיוון שנתון שישר a מקביל לישר b, המרחק בין נקודות מאונכות על גבי הישרים יהיה שווה. לכן, $AB=DO=x$.
צלע AB מהווה צלע במשולש ABC, שהוא משולש שווה צלעות, אולם DO מהווה גובה במשולש שווה הצלעות DEF. מכיוון שכדי למצוא יחס קווי, עלינו למצוא יחס בין קווים דומים, הרי שעלינו למצוא מה אורך הצלע במשולש DEF.
גובה DO חוצה את משולש DEF לשני משולשי זהב, ומהווה את הניצב הארוך בכל אחד מן המשולשים הללו.
אורך הניצב הארוך במשולש זהב גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הניצב הקטן, מכיוון שאורך הניצב DO הוא x,
הרי שאורך הניצב הקטן, הצלע EO, הוא $\frac{x}{\sqrt{3}}$.
מכיוון ש-$EO=OF$, הרי שאורכה של הצלע EF שווה ל- $\frac{2x}{\sqrt{3}}=\left(2\cdot\frac{x}{\sqrt{3}}\right)$.
היחס הקווי בין צלע AB לבין צלע EO הוא $x:\frac{2x}{\sqrt{3}}$.
נכפול את היחס ב- $\sqrt{3}$ ונקבל: $x\sqrt{3}:2x$.
נצמצם את היחס ב-x, ונקבל: $\sqrt{3}:2$. זהו היחס **הקווי** בין המשולשים.
יחס שטחי המשולשים שווה לריבוע היחס הקווי. נעלה בריבוע את היחס הקווי, ונמצא כי יחס השטחים הוא $3:4$ $\left[\left(\sqrt{3}\right)^2:(2)^2\right]$

תשובה (3).

---

20. **השאלה**: על צדו אחד של מטבע הוגן רשומה הספרה 1 ועל צדו השני רשומה הספרה 2.
אורן מטיל את המטבע שלוש פעמים.

מה הסיכוי שסכום הספרות שיתקבלו משלוש ההטלות יהיה זוגי?

פיתרון: הסתברות = $\frac{\text{רצוי}}{\text{מצוי}}$.

נבדוק תחילה מה מספר האפשרויות המצויות, כלומר מה מספר האפשרויות הכולל.
בכל הטלת מטבע יש 2 תוצאות אפשריות, ומכאן שבהטלת מטבע 3 פעמים יש בסך הכול 8 אפשרויות $(2\cdot2\cdot2=)$.

מכיוון שעלינו למצוא מה הסיכוי שסכום הספרות שיתקבלו משלוש ההטלות יהיה זוגי, נבדוק בכמה מתוך 8 האפשרויות, סכום התוצאות זוגי.
8 התוצאות האפשריות ב-3 הטלות מטבע הן:
1,1,1 – אפשרות אחת אשר סכום התוצאות שלה הוא אי-זוגי.
2,1,1 – 3 אפשרויות שונות, מכיוון שניתן לקבל את התוצאה 2 <u>או</u> בהטלה הראשונה <u>או</u> בהטלה השנייה <u>או</u> בהטלה השלישית. מכיוון שסכום התוצאות הוא זוגי, הרי שאלו 3 אפשרויות שרצויות לנו.
2,2,1 – 3 אפשרויות שונות, מכיוון שניתן לקבל את התוצאה 1 <u>או</u> בהטלה הראשונה <u>או</u> בהטלה השנייה <u>או</u> בהטלה השלישית. מכיוון שסכום התוצאות הוא אי-זוגי, הרי שאלו 3 אפשרויות שאינן רצויות לנו.
2,2,2 – אפשרות אחת אשר סכום התוצאות שלה הוא זוגי, ולכן אפשרות זו רצויה.
מצאנו כי מבין 8 ההטלות ישנן 4 אפשרויות רצויות, ולכן הסיכוי לקבל סכום זוגי ב-3הטלות מטבע הוא $\frac{1}{2}\left(=\frac{4}{8}\right)$.

תשובה (2).
