מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
תשובה	(1)	(4)	(1)	(3)	(1)	(3)	(2)	(1)	(4)	(1)	(1)

שאלה	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
תשובה	(4)	(4)	(4)	(3)	(4)	(3)	(1)	(4)	(3)	(2)

הסברים

.1 **השאלה**: במערכת צירים נתונות הנקודות הבאות: A (0 ; 3) ; B (4; 3) ו- C (4; 0).

מה גודלה של זווית ABC?

פתרון: בשאלה זו נתונות 3 נקודות במערכת צירים ועלינו למצוא את גודל הזוויות המתקבלת מחיבור הנקודות. נוח יהיה לפתור את השאלה בעזרת סרטוט. כאשר נסרטט את הנקודות, נראה שהישר AB מקביל לציר ה-x, שכן ל-A ול-B ערכי y זהים, וכי הישר BC מקביל לציר ה-y, שכן ל-B ול-C ערכי x זהים. לפיכך הישרים AB ו-BC מאונכים זה לזה ולכן זווית ABC היא בת 90°.

תשובה (1).

.2 **השאלה**: נתונה תיבה שנפחה x סמ"ק.

מה יהיה נפח התיבה (בסמ"ק) אם נגדיל אורך התיבה, רוחב התיבה וגובה התיבה פי שניים?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע פי כמה גדל נפח תיבה כאשר מגדילים את אורכה רוחבה וגובהה פי שניים.
נפח תיבה שווה למכפלת שלושת מימדיה: נפח = אורך · רוחב · גובה.
אם נכפיל כל אחד מהמימדים פי שניים, נקבל: נפח חדש = אורך · 2 · רוחב · 2 · גובה · 2.
כלומר: נפח חדש = אורך · רוחב · גובה · 8.
מכאן שאם נפח התיבה המקורי היה x סמ"ק, נפח התיבה החדש יהיה 8x סמ"ק.

תשובה (4).

.3 **השאלה**: כמה ריבועים שונים ניתן לחסום בכל מעגל?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע כמה ריבועים שונים ניתן לחסום בכל מעגל. כאשר ריבוע חסום במעגל אלכסונו הוא רדיוס במעגל, לכן בכדי לדעת כמה ריבועים ניתן לחסום במעגל שרדיוסו r, עלינו לבדוק לכמה ריבועים שונים יש אלכסון שאורכו 2r. עבור כל r יש ריבוע אחד בלבד שאורך אלכסונו 2r, ולכן בכל מעגל ניתן לחסום ריבוע אחד בלבד.

תשובה (1).

---

4. **השאלה**: על כל אחת מצלעותיו של מתומן משוכלל, שאורך צלעו 2 ס"מ, נבנה משולש שווה-צלעות.

מה היקף הצורה שהתקבלה (בסמ"ר)?

פתרון: בשאלה זו נתון מתומן משוכלל, שאורך צלעו 2 ס"מ, שעל כל אחת מצלעותיו נבנה משולש שווה צלעות. עלינו לקבוע מה היקף הצורה שהתקבלה. נוח יהיה לפתור את השאלה בעזרת סרטוט. כאשר נסרטט מתומן משוכלל ונבנה משולש שווה צלעות על כל אחת מצלעותיו, נקבל צורה שהיקפה שווה ל-16 צלעות של משולש שווה-צלעות. צלע המשולש שווה לצלע המתומן (2 ס"מ), שכן המשולש נבנה על צלע המתומן. לכן היקף הצורה שהתקבלה שווה ל- $32\ (=16\cdot 2)$.

תשובה (3).

---

5. **השאלה**: אורך כל אחת משוקיו של משולש שווה שוקיים גדול פי 3 מאורך בסיסו.

$$\frac{\text{היקף המשולש}}{\text{אורך בסיס המשולש}} = ?$$

פתרון: בשאלה זו נתון משולש שאורך כל אחת משוקיו גדול פי 3 מאורך בסיסו, ועלינו לחשב את ערכו של הביטוי: $\frac{\text{היקף המשולש}}{\text{אורך בסיס המשולש}}$. נסמן על פי הנתון את אורך הבסיס ב-x ואת אורך כל שוק ב-3x. היקף המשולש שווה לסכום צלעותיו, כלומר ל- $7x\ (= x + 3x + 3x)$. כעת נחשב את ערך הביטוי המבוקש:

$$\frac{\text{היקף המשולש}}{\text{אורך בסיס המשולש}} = \frac{7x}{x} = 7.$$

תשובה (1).

---

6. **השאלה**: איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע איזו מהטענות שבתשובות נכונה בהכרח. נבדוק את התשובות:

<u>תשובה (1)</u>: כל המעוינים הם מלבנים. מכיוון שבכל המלבנים הזוויות שוות ל-90^o ולא כך הדבר בכל המעוינים, תשובה זו אינה נכונה בהכרח.

<u>תשובה (2)</u>: כל המעוינים הם ריבועים. מכיוון שבכל הריבועים הזוויות שוות ל-90^o ולא כך הדבר בכל המעוינים, תשובה זו אינה נכונה בהכרח.

<u>תשובה (3)</u>: כל המעוינים הם דלתונים. מעוינים מקיימים את כל חוקי הדלתונים, למעשה מעוינים הם דלתונים שווי שוקיים, ולכן תשובה זו נכונה בהכרח.

תשובה (3).

---

7. **השאלה:** נפח גליל הוא π סמ"ק.

שטח בסיסו של הגליל הוא $\frac{\pi}{2}$ סמ"ק.

מה גובה הגליל (בס"מ)?

פתרון: בשאלה זו עלינו לחשב גובה של גליל שנפחו π סמ"ק ושטח בסיסו $\frac{\pi}{2}$ סמ"ק. על פי הנוסחה לחישוב נפח גליל: $\text{נפח} = \text{שטח בסיס} \cdot \text{גובה}$. כלומר: $\pi = \frac{\pi}{2} \cdot \text{גובה}$. נכפול ב-2 את שני האגפים, נצמצם π, ונקבל:

$2 = \text{גובה}$.

תשובה (2).

---

8. **השאלה**: אורכו של מחוג הדקות בשעון הוא 10 ס"מ.

מה המרחק שעובר קצה המחוג ב-15 דקות?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה המרחק שעובר קצה מחוג הדקות של שעון ב-15 שניות. מחוג הדקות עובר ב-15 שניות (רבע דקה) בדיוק רבע מעגל. רדיוסו של מעגל זה שווה לאורך המחוג – 10 ס"מ. לפיכך, המרחק שעובר קצה המחוג הוא: $\frac{2\pi r}{4} = \frac{2\pi \cdot 10}{4} = \frac{20\pi}{4} = 5\pi$.

תשובה (1).

---

9. **השאלה**: a, b ו-c הן שלוש צלעות במשולש.

נתון: $a + c = b$.

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח לגבי המשולש?

פתרון: בשאלה זו מתואר משולש שאורכי צלעותיו מקיימות את המשוואה $a + c = b$. עלינו לקבוע איזו מהטענות שבתשובות נכונה לגבי המשולש. בכל משולש, סכום כל שתי צלעות גדול מהצלע השלישית. כלומר: $a + c > b$. לפיכך, לא ייתכן משולש המקיים את המשוואה הנתונה.

תשובה (4).

---

10. **השאלה**: במשולש ישר זווית: c הוא אורך היתר, a ו- b הם אורכי הניצבים.

$$\frac{a^2 + b^2}{c^2} = ?$$

פתרון: על פי משפט פיתגורס בכל משולש ישר זווית סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר, כלומר מתקיים: $a^2 + b^2 = c^2$.

מכאן שמונה הביטוי שווה למכנה הביטוי ולפיכך ערך הביטוי שווה בהכרח ל-1.

תשובה (1).

.11 **השאלה**: נתונים שלושה גלילים בעלי בסיסים זהים.
גבהי הגלילים הם a, b ו- c וידוע כי: $a < c$ ו- $b < c$.

כמו כן, ידוע כי שטח המעטפת של הגליל הגבוה ביותר שווה לסכום שטחי המעטפת של שני הגלילים האחרים.

על פי נתונים אלה, איזו מהטענות הבאות נכונה **בוודאות**

פתרון: שטח המעטפת של גליל שווה למכפלת היקף בסיסו בגובה הגליל, על פי הנתון בשאלה זו נתון כי שטח המעטפת של הגליל הגבוה ביותר שווה לסכום שטחי המעטפת של שני הגלילים האחרים, מכיוון שעל פי נתוני השאלה, הגליל הגבוה ביותר הוא זה שגובהו שווה ל-c, ובסיסי הגלילים שווים, נסמן את את היקף הבסיס של כל אחד מהגלילים ב-x, ונקבל: $x \cdot a + x \cdot b = x \cdot c$, נחלק את המשוואה ב-x, ונקבל כי $a + b = c$.

תשובה (1).

.12 **השאלה**: נתונים שני מעגלים שונים כך שקוטר המעגל הגדול שווה ל-8 פעמים היקף המעגל הקטן.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$$\frac{\text{שטח המעגל הגדול}}{\text{שטח המעגל הקטן}} = ?$$

פתרון: בשאלה זו עלינו להשוות בין שטחיהם של שני מעגלים. שטח מעגל תלוי אך ורק באורך רדיוסו, ומכאן שעל מנת לענות על השאלה עלינו למצוא באמצעות נתוני השאלה את היחס בין רדיוסי המעגלים. נתון כי קוטר המעגל הגדול שווה ל-8 פעמים היקף המעגל הקטן. נסמן את רדיוס המעגל הגדול ב-R ואת רדיוס המעגל הקטן ב-r, ונקבל: $2R = 8 \cdot 2\pi r$ נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $R = 8\pi R$.

$$\frac{\text{שטח המעגל הגדול}}{\text{שטח המעגל הקטן}} = \frac{R^2\pi}{r^2\pi} = \frac{(8\pi r)^2\pi}{r^2\pi} = \frac{64\pi^2 r^2\pi}{r^2\pi}.$$

נחלק את המונה והמכנה ב- $r^2\pi$, ונקבל כי: $\frac{\text{שטח המעגל הגדול}}{\text{שטח המעגל הקטן}} = 64\pi^2$

תשובה (4).

.13 **השאלה**: ידוע כי נפחה של תיבה הוא 20 סמ"ק.
בהינתן איזה מהנתונים הבאים, בנוסף לנתון זה, ניתן יהיה לחשב את ערכו המספרי של גובה התיבה?

פתרון: נפח תיבה שווה למכפלת שטח בסיס התיבה בגובה התיבה, כלומר מכפלת כל מימדי התיבה (אורך כפול רוחב כפול גובה). נסמן את אורך ורוחב התיבה ב-a ו-b ואת גובה התיבה ב-c.
נבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: שטח המעטפת של התיבה.
שטח המעטפת של התיבה הוא שטח 4 הפאות שאינם הבסיסים, או $2ac + 2bc$. גם אם נדע מה שטח המעטפת לא נוכל לחשב את גובה התיבה.

<u>תשובה (2)</u>: היחס בין אורך בסיס התיבה לרוחב בסיס התיבה.
נתון זה יאפשר לנו להציב בנוסחת הנפח במקום אורך התיבה את רוחב התיבה כך שנוכל לקבל משוואה אחת עם שני נעלמים: גובה התיבה ורוחבה. מכיוון שלא ניתן לפתור משוואה אחת עם שני נעלמים זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (3): היקף בסיס התיבה.
היקף הבסיס של התיבה שווה ל- $2a + 2b$. לא ניתן לפתור משוואה זו או להשתמש בה על מנת למצוא את אורכו של אחד מהמשתנים.

תשובה (4): שטח בסיס התיבה.
אם נדע מה שטח בסיס התיבה, כלומר לכמה שווה הנתון $a \cdot b$, נוכל להציב נתון מספרי זה בנוסחת נפח התיבה השווה ל- $a \cdot b \cdot c = 20$, ולחלץ מן המשוואה הנתונה את הגובה c. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

14. **השאלה**: במערכת צירים נתון מעגל שקוטרו 12.
ציר X וציר Y משיקים למעגל.

איזו מהנקודות הבאות יכולה להיות מרכז המעגל?

פתרון: בשאלה זו נתון מעגל שקוטרו 12 המשיק לצירים x ו-y. עלינו לקבוע איזו מהנקודות שבתשובות יכולה להיות מרכז המעגל. ניתן לסרטט מעגל המשיק לצירים בכל אחד מרביעי מערכת הצירים. ברביע הימני העליון, ערכי ה-x וה-y של כל הנקודות בתוך המעגל יהיו חיוביים, ברביע השמאלי העליון, ערכי ה-x יהיו שליליים וערכי ה-y, חיוביים וכך הלאה. בכל רביע בו נשרטט את המעגל, כאשר נעביר רדיוסים לנקודות ההשקה עם הצירים, יתקבל ריבוע (שכן כל הרדיוסים שווים ומאונכים למשיקים) שאורך צלעו שווה לרדיוס המעגל. כלומר, בנקודת מרכז המעגל ערך ה-x וערך ה-y שווים לרדיוס המעגל (במקרה שלנו הקוטר הוא 12 ולכן הרדיוס הוא 6), אך הסימן יקבע על פי הרביע בו שורטט המעגל. מכאן שמרכז המעגל יהיה באחת מהנקודות הבאות: (6,6), (-6,6), (6,-6), (-6,-6).

תשובה (4).

---

15. **השאלה**: נתונים שלושה מעגלים שאורכי הרדיוסים שלהם a, b ו-c בהתאמה,

כך ש: $b < a$ ו- $c < a$.

ידוע כי שטחו של המעגל הגדול ביותר שווה לסכום השטחים של

שני המעגלים האחרים.

איזה מהשיוויונות הבאים נכון בהכרח?

פתרון: בשאלה זו נתונים שלושה מעגלים, אשר שטח המעגל הגדול מביניהם (שרדיוסו a) שווה לסכום שטחי שני המעגלים האחרים. עלינו לקבוע איזו מהמשוואות שבתשובות נכונה בהכרח. לצורך כך, נרשום את הנתון כמשוואה, ואז נשווה משוואה זו לתשובות. על פי הנתון: $\pi \cdot a^2 = \pi \cdot b^2 + \pi \cdot c^2$. נצמצם π משני האגפים, ונקבל: $a^2 = b^2 + c^2$. משוואה זו מופיעה בתשובה (3).

תשובה (3).

.16 **השאלה**: מעבירים קו ישר בטרפז ישר זווית.

אילו מהצורות הבאות **לא** ניתן לקבל?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע אילו מהצורות שבתשובות לא ניתן לקבל מחלוקת טרפז ישר זווית באמצעות קו ישר. נתבונן בתשובות:

תשובה (1): אם נעביר בטרפז ישר זווית, ישר המקביל לבסיסים, נקבל שני טרפזים ישרי זווית. לפיכך תשובה (1) אפשרית.

תשובה (2): אם נעביר בטרפז ישר זווית גובה מקצה הבסיס הקטן, נקבל **מלבן** ומשולש ישר זווית. אם גובה הטרפז שווה לבסיס הקטן, נקבל **ריבוע** ומשולש ישר זווית. לפיכך תשובה (2) אפשרית.

תשובה (3): אם נעביר אלכסון בטרפז ישר זווית, נקבל משולש ישר זווית ומשולש נוסף. אם שוק הטרפז שווה לאלכסון, המשולש הנוסף יהיה שווה-שוקיים. לפיכך תשובה (3) אפשרית.

תשובה (4): בכדי לקבל שני מלבנים, צריך ליצור 8 זוויות ישרות (4 לכל מלבן). לא ניתן ליצור מצב כזה בטרפז ישר-זווית. לפיכך תשובה (4) אינה אפשרית.

תשובה (4).

.17 **השאלה**: נתון משולש שיחס צלעותיו הוא: $1:1:\sqrt{3}$

איזו מהטענות הבאות נכונה בוודאות לגבי משולש זה?

פתרון: בשאלה זו נתון משולש שיחס צלעותיו $1:1:\sqrt{3}$, ועלינו לקבוע אם זהו משולש חד זווית, ישר זווית או קהה זווית (או שכלל לא קיים משולש כזה). יחס הצלעות במשולש זה 'מזכיר' את יחס הצלעות במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים $1:1:\sqrt{2}$. נוח יהיה לפתור את השאלה על ידי השוואה בין המשולשים הללו. נתחיל מהמשולש המוכר – ישר-זווית ושווה-שוקיים. כעת ננסה להאריך את היתר של המשולש מ- $\sqrt{2}$ ל- $\sqrt{3}$ מבלי לשנות את אורך הניצבים. ניתן לעשות זאת רק אם 'נפתח' את זווית הראש של המשולש. כלומר, במשולש החדש זווית הראש גדולה מ-90^o, ולכן הוא קהה זווית.

תשובה (3).

.18 **השאלה**: במערכת צירים נתון ישר העובד דרך נקודות (3,3) ו-(1,1).

ישר זה בהכרח -

פיתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע היכן חותך הישר העובר דרך נקודות (1,1) ו-(3,3) את הצירים. נוח לענות על השאלה בעזרת סרטוט. נשרטט את שתי הנקודות הנתונות ואז נשרטט ישר העובר דרך שתי הנקודות הללו, כאשר נמשיך את הישר כלפי מטה נגלה שהוא חותך את הצירים בראשית הצירים. ניתן להבין זאת גם מהעובדה שערך ה-y של כל נקודה זהה לערך ה-x שלה, כלומר הישר נמצא במרחק שווה מציר ה-x ומציר ה-y, ולכן גם בנקודת החיתוך יהיה במרחק שווה מציר ה-x ומציר ה-y. כלומר, בנקודה (0,0).

תשובה (1).

---

19. **השאלה**: מחלקים משולש שווה צלעות על ידי ישר שיוצא מאחד מקודקודי המשולש, כך שנוצרים שני משולשים.

איזה מהמצבים הבאים **לא** ייתכן לגבי המשולשים שנוצרו?

פתרון : בשאלה זו עלינו לקבוע אילו מהצורות שבתשובות לא יכולה להתקבל מחלוקת משולש שווה-צלעות בעזרת קו היוצא מאחד מקודקודיו. נתבונן בתשובות:

<u>תשובה (1)</u>: אם נעביר ישר מקודקוד המשולש לנקודה על הצלע ממול שאינה על אמצע הצלע, יתקבלו שני משולשים, האחד חד-זווית והשני קהה-זווית. לפיכך תשובה (1) תיתכן.

<u>תשובה (2)</u>: אם נעביר ישר מקודקוד המשולש לאמצע הצלע שמולו (כלומר תיכון) יתקבלו שני משולשים חופפים. לפיכך תשובה (2) תיתכן.

<u>תשובה (3)</u>: מכיוון שתיכון במשולש שווה-צלעות הוא גם גובה, המשולשים המתקבלים בתשובה (2) הם ישרי זווית. לפיכך גם תשובה (3) תיתכן.

<u>תשובה (4)</u>: כאשר מחלקים את המשולש לשני משולשים באמצעות ישר היוצא מאחד הקודקודים ומגיע לצלע שממול, מתקבלים שני משולשים שלכל אחד מהם זווית בת 60^o (שכן אחת מזוויותיהם שווה לזווית המשולש שווה-הצלעות). משולש שווה שוקיים בעל זווית של 60^o הוא שווה-צלעות. אך ישר היוצא מקודקוד משולש ועובר בתוך המשולש יהיה בוודאות קטן מצלע המשולש, כך שלא ניתן ליצור מצב בו אחד המשולש שיתקבלו יהיה שווה צלעות. לפיכך תשובה (4) לא תיתכן.

תשובה (4).

---

20. **השאלה**: איזו מהצורות הבאות בוודאות **לא** ניתן לחסום במעגל?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע איזו מהצורות שבתשובות לא ניתן לחסום במעגל. נתבונן בתשובות:

<u>תשובה (1)</u>: ניתן לחסום במעגל מרובע, רק אם סכום כל שתי זוויות נגדיות בו הוא 180^o. לפיכך ניתן לחסום טרפז במעגל אם הוא שווה-שוקיים.

<u>תשובה (2)</u>: ניתן לחסום חלק מהמשושים הלא-משוכללים במעגל.

<u>תשובה (3)</u>: ניתן לחסום במעגל מרובע, רק אם סכום כל שתי זוויות נגדיות בו הוא 180^o. לפיכך לא ניתן לחסום במעגל מקבילית אם אינה מלבן.

<u>תשובה (4)</u>: ניתן לחסום במעגל כל משולש.

תשובה (3).

---

21. **השאלה**: נתונה קוביה שאורך מקצועה 4 ס״מ.

כמה גלילים שרדיוס בסיסם 1 ס״מ וגובהם 2 ס״מ ניתן להכניס קוביה, לכל היותר?

פתרון: בשאלה זו נתונה קובייה שאורך מקצועה 4 ס״מ, ועלינו לקבוע כמה גלילים, שרדיוס בסיסם 1 ס״מ וגובהם 2 ס״מ, ניתן להכניס לתוך הקובייה, לכל היותר. החלק ה׳רחב׳ ביותר של הגליל הוא הקוטר שלו (השווה במקרה שלנו ל-2 ס״מ), לפיכך מה שיקבע כמה גלילים ניתן להעמיד על בסיס הקובייה הוא קוטר בסיס הגליל. מכיוון שמקצוע הקובייה שווה ל-4 ס״מ, ניתן להעמיד לרוחבה 2 גלילים ולאורכה שני גלילים. בסך הכול ניתן להעמיד על בסיס התיבה 4 גלילים $(= 2\cdot 2)$. גובה כל גליל 2 ס״מ, אך גובה הקובייה 4 ס״מ. כלומר, ניתן להכניס לגובהה 2 גלילים. למעשה, ניתן להכניס לקובייה 2 ׳שכבות׳ של 4 גלילים בכל אחת מהשכבות, ובסך הכול 8 גלילים.

תשובה (2).
